Wiederholung:

Binomialverteilung: Zufallsexp. mit 2 Ergebnissen:

x_i	1	0
p_i	p	$1-p$

Bernoulliverteilung

wird n-mal wiederholt.

Sei $S = \#$ Erfolge. $\longrightarrow$ $\boxed{P(S=k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}$ Binomialverteilung

(mit Parametern: n, p)

Eigenschaften der Binom.-Verteilung:

$E(X) = np$ Beweis: Sei $X_i = \begin{cases} 1 & \text{mit Wahrsch. } p \\ 0 & \text{---- " ----} \quad 1-p \end{cases}$

(Bernoulliexp.)

$\longrightarrow E(X_i) = 1 \cdot p + 0 \cdot (1-p) = p$

Sei nun $X = \sum_{i=1}^{n} X_i$

$\longrightarrow X$ ist binom.-verteilt

$\longrightarrow E(X) = E(X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n)$

$\overset{(*)}{=} E(X_1) + E(X_2) + \dots + E(X_n)$

$= np$

(
(*) wir verwenden:

$$E(X+Y) = \sum_i p_i(x_i + y_i)$$

$$= \sum_i (p_i x_i + p_i y_i)$$

$$= \sum_i p_i x_i + \sum_i p_i y_i$$

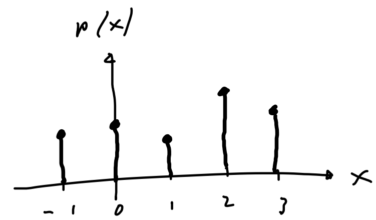
$$= E(X) + E(Y)$$
)

ohne Beweis: $V(X) = np(1-p)$

Stetige Zufallsvar.

Bis jetzt: diskrete Verteilung:

x_i	-1	0	1	2	3	..
p_i	0.7	0.2	0.35	..	...	

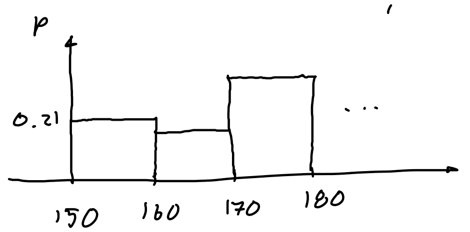


Betrachten Zufallsvar. die beliebigen Wert annehmen kann.

Bsp.: Körpergrösse von 100 Menschen.

Idee: Klasseneinteilung: (in cm)

Intervalle (Klasse)	# Leute	rel. Häufigkeit	rel. Häufigkeit pro Intervalllänge
$[150, 160)$	21	$\frac{21}{100} = 0.21$	$\frac{0.21}{10} = 0.021$
$[160, 170)$	17	0.17	$\frac{0.17}{10} = 0.017$
$[170, 180)$	32	0.32	$\frac{0.32}{10} = 0.032$
$\vdots$			

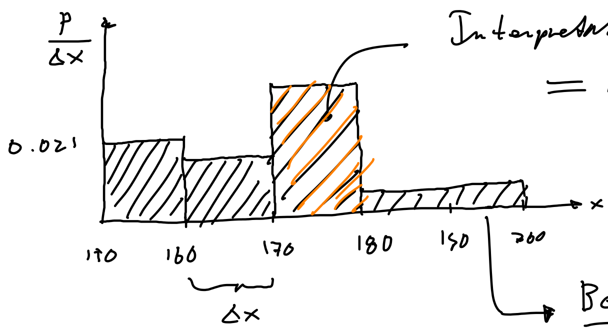


Balkendiagramm

Fläche hat <u>keine</u> Interpretation

Für Flächeninterpretation:

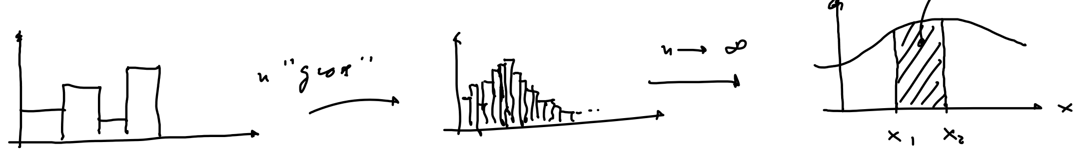
Histogramm:



Interpretation Fläche = relative Häufigkeit (= Wahrsch.) für Wert im Intervall $[170, 180)$

Bem.: Klassenbreite kann variieren

Verfeinerung der Klassenbreite führt im Limes $\Delta x \to 0$ zum Begriff der Dichtefunktion:



Fläche = Wahrsch. für Wert zw. x_1 & x_2

> **Def.:** Eine <u>Dichte</u> ist eine Fkt. f, für die gilt:
>
> (i) $f(x) \geq 0$ für alle x
>
> (ii) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = 1$

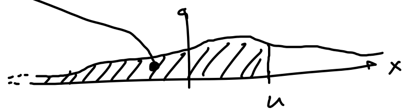
Interpretation: $\underbrace{f(x)dx}_{= dA}$ = Wahrsch. für Wert zw. x und $x + dx$

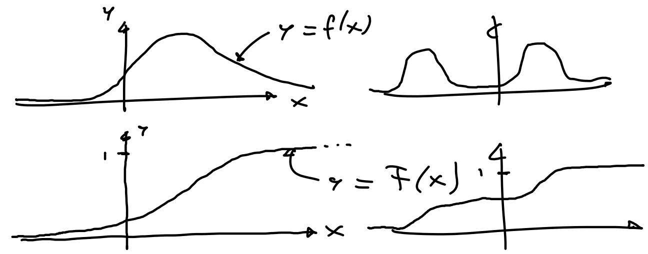
I.e. $\int_a^b f(x)dx$ = Wahrsch. für Wert zw. a & b.

Zufallsvar. heisst <u>stetig</u>, falls sie durch Dichte $f(x)$ beschrieben wird.

Def.: Verteilungsfkt. F zu f:

$$\boxed{F(u) = \int_{-\infty}^{u} f(x)\,dx}$$





Insbesondere: $P(a \le X \le b) = F(b) - F(a)$

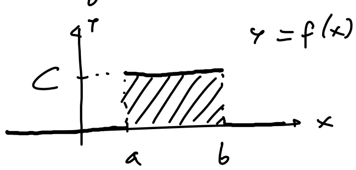
Man definiert:

$$\boxed{\begin{aligned} E(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} x\, f(x)\,dx \\ V(X) &= \int_{-\infty}^{\infty} \big(x - E(X)\big)^2 f(x)\,dx \end{aligned}}$$

Gleichverteilung: X heisst gleichmässig verteilt im Intervall $[a,b]$, falls:

$$f(x) = \begin{cases} C & : a \le x \le b \\ 0 & : \text{sonst.} \end{cases}$$

(i) Wie gross ist C:



$$1 \overset{!}{=} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_a^b C\,dx = C(b-a)$$

$$\longrightarrow \quad C = \frac{1}{b-a}$$

(ii) **Aufgabe:** Man bestimme Verteilungsfkt.

Lösg.:

$$F(u) = \int_{-\infty}^{u} f(x)\,dx = \begin{cases} 0 & : u \le a \\ \int_a^u \frac{1}{b-a}\,dx = \frac{u-a}{b-a} & : a < u < b \\ 1 & : b < u \end{cases}$$