

EIGENSCHAFTEN DER LAPLACETRANSFORMATION

Ähnlichkeit ($a > 0$).

$$\begin{array}{ccc} f(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & F(s) \\ t \rightarrow at \downarrow & & \downarrow \\ f(at) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right) \end{array}$$

Dämpfung.

$$\begin{array}{ccc} f(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & F(s) \\ \cdot e^{-at} \downarrow & & \downarrow s \rightarrow s+a \\ e^{-at} f(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & F(s+a) \end{array}$$

Verschiebung ($a > 0$).

$$\begin{array}{ccc} H(t)f(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & F(s) \\ t \rightarrow t-a \downarrow & & \downarrow \cdot e^{-as} \\ H(t-a)f(t-a) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & e^{-as} F(s) \end{array}$$

Ableitung Zeitbereich.

$$\begin{array}{ccc} f(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & F(s) \\ \frac{d}{dt} \downarrow & & \downarrow \\ f'(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & sF(s) - f(0^+) \end{array}$$

Ableitung Bildbereich.

$$\begin{array}{ccc} f(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & F(s) \\ \cdot (-t) \downarrow & & \downarrow \frac{d}{ds} \\ -tf(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & F'(s) \end{array}$$

Integral Zeitbereich.

$$\begin{array}{ccc} f(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & F(s) \\ \downarrow & & \downarrow \cdot \frac{1}{s} \\ \int_0^t f(u) du & \xrightarrow{\mathcal{L}} & \frac{1}{s} F(s) \end{array}$$

Integral Bildbereich.

$$\begin{array}{ccc} f(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & F(s) \\ \cdot \frac{1}{t} \downarrow & & \downarrow \\ \frac{1}{t} f(t) & \xrightarrow{\mathcal{L}} & \int_s^{+\infty} F(u) du \end{array}$$

Faltung.

$$\begin{array}{ccccc} H(t)f_1(t) & \longrightarrow & (f_1 * f_2)(t) & \longleftarrow & H(t)f_2(t) \\ \mathcal{L} \downarrow & & \mathcal{L} \downarrow & & \mathcal{L} \downarrow \\ F_1(s) & \longrightarrow & F_1(s) \cdot F_2(s) & \longleftarrow & F_2(s) \end{array}$$

$$(f_1 * f_2)(t) = \int_0^t f_1(u) f_2(t-u) du, \quad \text{für } t \geq 0.$$

TRANSFORMATIONEN

$f(t)$	$F(s) = \mathcal{L}(f(t))$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{at}	$\frac{1}{s-a}$
$\sin(t)$	$\frac{1}{s^2+1}$
$\cos(t)$	$\frac{s}{s^2+1}$
$\delta(t)$	1
$f(t+T) = f(t)$	$\frac{1}{1-e^{-sT}} \int_0^T f(t) e^{-st} dt$