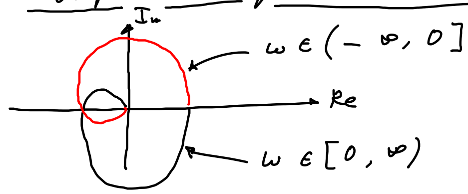
Wiederholung:

G: Transferfkt

$G(j\omega)$: $\mathbb{R} \to \mathbb{C}$

$\omega \mapsto G(j\omega)$

komplette Nyquist Ortskurve



Prinzip vom Argument:

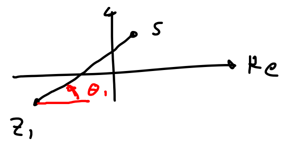
betrachten $G: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$

$s \mapsto G(s)$ mit

$$G(s) = \frac{b_0 + b_1 s + \dots + b_m s^m}{a_0 + a_1 s + \dots + a_n s^n} = k \frac{(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

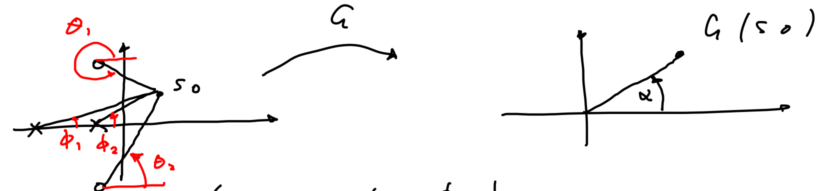
z: NS ; p: Pole

Mit: $s - z_1 = r_1 e^{j\theta_1}$



$$\longrightarrow \quad G(s) = k \frac{r_1 r_2 \cdots r_m}{R_1 R_2 \cdots R_n} e^{j\alpha} \quad \text{mit} \quad \alpha = \theta_1 + \theta_2 \dots + \theta_m - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_n$$

Grafische Interpretation:

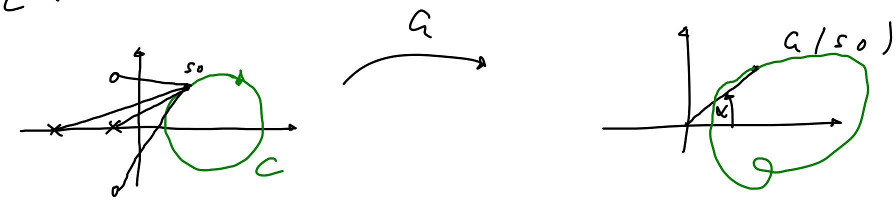


$$G(s_0) = k \frac{r_1 r_2}{R_1 R_2} e^{j(\theta_1 + \theta_2 - \phi_1 - \phi_2)}$$

I.e. $\underline{\alpha = \theta_1 + \theta_2 - \phi_1 - \phi_2}$

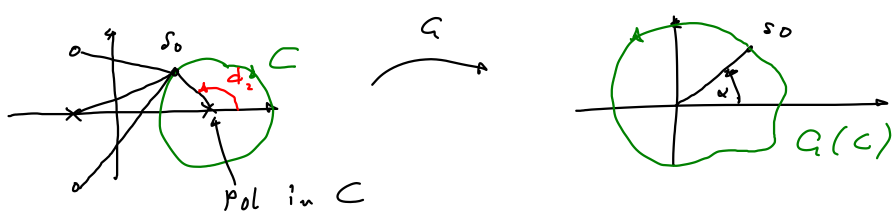
Betrachten Kontur C:

Situation ①:



$\longrightarrow$ keine Änderung um 360°

Situation ②:



$\longrightarrow$ α ändert sich um 360°

$\longrightarrow$ $G(C)$ umläuft Ursprung im Gegenuhrzeigersinn.

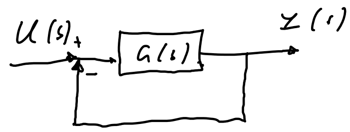
$\longrightarrow$ Bild von C unter Abb. G umkreist Ursprung $Z - P$ mal, wobei $Z = \#$ NS in C

$P = \#$ PS in C

Anwendung auf Stabilität:

Betrachten System:

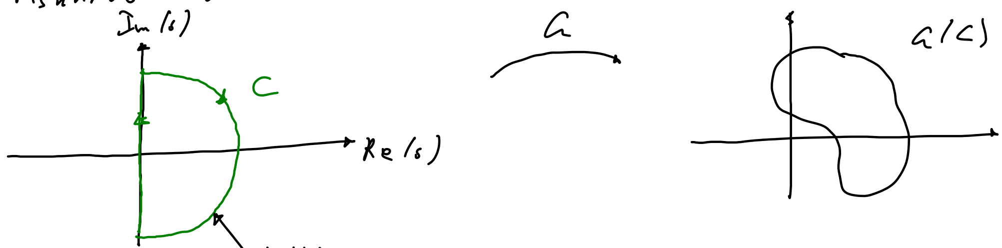
offenes System: TF: $\boxed{G(s)}$



geschlossenes System: TF: $\boxed{\frac{G(s)}{1+G(s)}}$

Ziel: Mit Nyquist-Diagramm von offenem System eine Stabilitätsaussage für das geschlossene System machen

Betrachten Kontur C, so dass das Bild davon die komplette Nyquist-Ortskurve von $G(s)$ ist:



Halbkreis ∞-weit weg

⟶ kein Beitrag

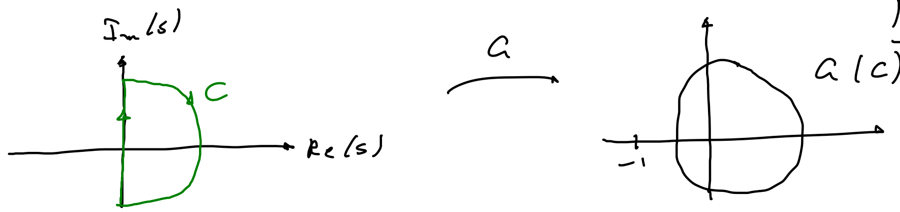
(⟶ da $G(s) = k\,\frac{r_1 \cdots r_m}{R_1 \cdots R_n}\,e^{\cdots}$

Annahme: $n > m$ ⟶ $\lim_{|s|\to\infty} \frac{r_1 \cdots r_m}{R_1 \cdots R_n} = 0$)

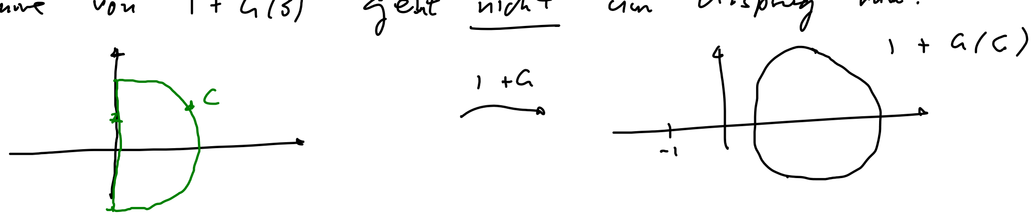
Annahmen: $G(s)$ stabil und

Nyquist-Ortskurve von $G(s)$ geht nicht um Pkt. -1 herum.

Nyquist Pkt.



⇒ Ortskurve von $1+G(s)$ geht nicht um Ursprung rum:



⇒ $Z = P$ (rechte Halbebene)

Z: # NS, P: # PS von $1+G(s)$ in RHE

Aber $G(s)$ stabil ⇒ $G(s)$ keine Pole in RHE

⇒ $1+G(s)$ —"— , i.e. $P = 0$

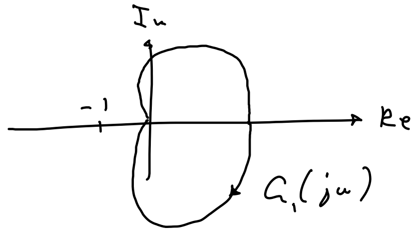
⇒ $Z = 0$, i.e. $1+G(s)$ keine NS in RHE

⇒ $\frac{G(s)}{1+G(s)}$ keine Pole in RHE

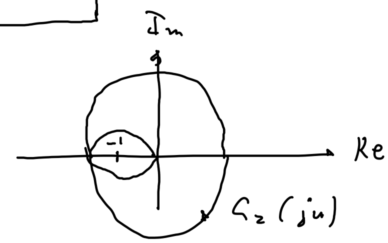
$\Rightarrow$ geschlossenes System stabil !

I.e.: $\boxed{G(j\omega) \text{ geht nicht um } -1 \iff \text{geschlossenes System stabil}}$

Bsp:

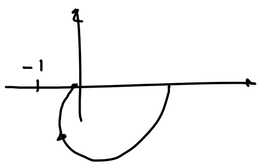


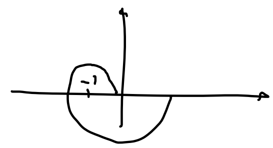
stabil



instabil

(Meist nur Nyquist-Ortskurve:





)