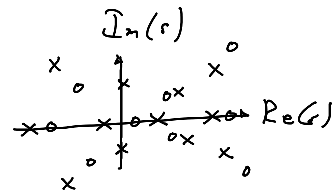
Wiederholung

Pole & NS der Transferfkt.



$$G(s) = \frac{Z(s)}{N(s)} = k_0 \frac{(s-z_1)(s-z_2)\cdots(s-z_m)}{(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)}$$

Stabilität Eigenverhalten:

$u(t) \equiv 0 \longrightarrow$ DGL: $a_n y^{(n)} + \cdots + a_0 y = 0$

$\xrightarrow{\mathcal{L}} \underbrace{(a_n s^n + \cdots + a_0)}_{= N(s)} Y(s) = A(s)$

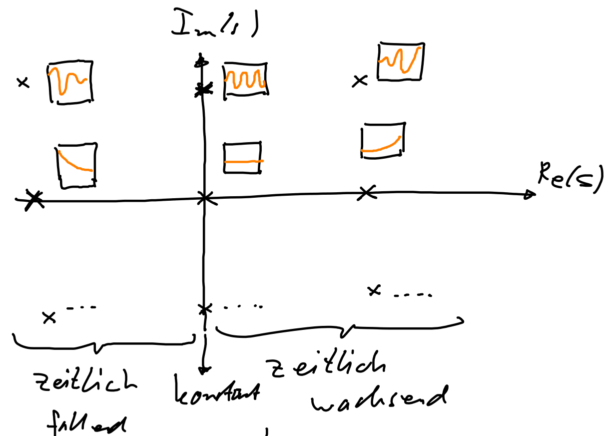
$A(s)$: Polynom aus Anfangsbed.

$\longrightarrow Y(s) = \dfrac{A(s)}{N(s)}$

$\longrightarrow$ Polstellen $Y(s)$ = Polstellen $G(s)$

$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(Y(s))$ mit PBZ

Lage der Pole $\longrightarrow$ Art der Zeitfkt.



Def: LTI-System heisst asymptot. stabil,

falls aus $u(t) \equiv 0$ folgt:

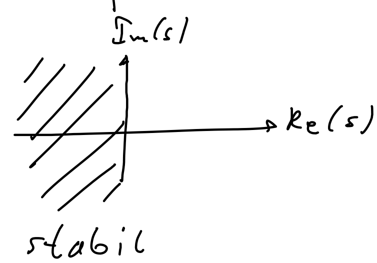
$$\lim_{t \to \infty} |y(t)| = 0$$

für beliebige Anfangsbed. $y(0), y'(0), \ldots, y^{(n-1)}(0)$

$\longrightarrow$ LTI – asymptot. stabil

$\Longleftrightarrow$

$Re(p) < 0$ für alle Polstellen p von $G(s)$



Im folgenden: stabil falls $Re(p_i) < 0$ für alle i

instabil falls $Re(p_j) > 0$ für ein j

bedingt stabil falls $Re(p_i) \leq 0$ für alle i.

Aufgabe: Betrachten System: $\ddot{x} + 2\dot{x} + 5x = 3\dot{u} + 2u$

(i) Transferfkt. $G(s)$

(ii) Charakt. Gl.

(iii) PS, NS von $G(s)$ in $\mathbb{C}$-Ebene

(iv) Ist das System stabil?

<u>Lösg.:</u> (i) $\mathcal{L}(\ldots) \longrightarrow s^2 X(s) + 2s X(s) + 5 X(s) = 3s U(s) + 2 U(s)$

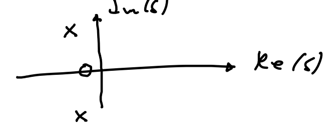
$$\longrightarrow (s^2 + 2s + 5) X(s) = (3s+2) U(s)$$

$$\longrightarrow \quad G(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{3s+2}{s^2+2s+5}$$

(ii) $s^2 + 2s + 5 = 0$

(iii) PS: $\underline{s} = \frac{-2 \pm \sqrt{4-20}}{2} = \frac{-2 \pm 4j}{2} = \underline{-1 \pm 2j}$

NS: $3s+2 \overset{!}{=} 0 \longrightarrow \underline{s = -\frac{2}{3}}$



(iv) System ist stabil.